

Hugleiðingar um T-afleiðuna¹ sem samofin er verðtryggðu láni

Hugum að skuldbindingum lántakanda sem tekur verðtryggt lán með höfuðstól H til N ára með q vöxtum hjá lánastofnun eða lífeyrissjóði.

Skuldbindingin er samsett úr tveimur ólíkum fjármálagerningum. Annar gerningurinn er hefðbundið afborgunarlán með vöxtunum q . Hinn gerningurinn er afleiða sem er samofin láninu. Unnt er að aðskilja þessa tvo gerninga og skoða hvorn um sig sérstaklega. Seðlabanki Íslands skilgreindi nýlega² hvernig reikna beri verðtryggt lán og er stuðst við þá aðferð hér á eftir.

§1. Afborgunarlánið

Árleg greiðsla af hefðbundnu afborgunarláni skiptist í afborgun af höfuðstól $\frac{H}{N}$ og vexti af þeirri lánsfjárhæð sem eftir er hverju sinni. Á tímabili j , þar sem $1 \leq j \leq N$ eru þannig greiddir vextirnir $q \times H \times \frac{N-j+1}{N}$.

§2. T-afleiðan

Afleiðan sem um ræðir er flókin og þarf að byrja á að skilgreina táknmál og breytur.

Lát r_j , tákna óverðtryggðu vextina í vaxtarófinu³.

Lát I_j tákna vísitölu verðtryggingar í lok árs j sem Hagstofa Íslands gefur út.

Setjum $i_j := \frac{I_j}{I_{j-1}} - 1$ fyrir fyrir $0 < j \leq N$.

Setjum $\lambda_1 := i_1$ og svo almennt með ítrun $\lambda_j := i_j + (1+i_j) \times \lambda_{j-1}$ fyrir $j > 1$.

Árleg afborgun lántakandans vegna afleiðunnar er

$$\frac{H}{N} \times \lambda_j \text{ fyrir } j > 1 \quad (1)$$

Enn fremur eru árlegir vextir sem lántakandinn þarf að greiða vegna afleiðunnar

$$\frac{H \times (N-j+1)}{N} \times \lambda_j \times q. \quad (2)$$

Með því að núvirða fjárstraum lánsins má finna verðmæti þess

¹ Nafnið á afleiðunni er tilvísun í auglýsingu Útvegsbankans frá 1973 um sparibaukinn Trölla sem söng m.a. „svo færð þú vexti og vaxtavexti og vexti líka af þeim“

² Sjá „Svar Seðlabanka Íslands við bréfi umboðsmanns Alþingis“, 30.8.2011, <http://www.seðlabanki.is/utgafa-og-raedur/frettir-og-erindi/frettasafn/frett/2011/08/30/Sv%C3%B6r-Se%C3%B0labanka-%C3%8Dslands-til-umbo%C3%B0smanns-Al%C3%BEingis/>

³ Sjá t.d. www.bond.is

$$V_l = \sum_{j=1}^N \frac{H \times \left(\frac{1}{N} + q \left(\frac{N-(j-1)}{N} \right) \right)}{(1+r_j)^j} \quad (3)$$

Með því að núvirða fjárstrauminn frá afleiðunni má finna verðmæti hennar

$$V_a = \sum_{j=1}^N \frac{\frac{H}{N} \times \lambda_j + \frac{H \times (N-j+1)}{N} * \lambda_j \times q}{(1+r_j)^j} \quad (4)$$

Lánið og afleiðan eru innbyrðis óháðir fjármálagerningar.

Dæmi.

Setjum svo að $H=100$ m.kr., $N=15$, $r=7,0\%$, $q=5,5\%$. Gerum jafnframt ráð fyrir því að i_j verði $5,8\%$ á lánstímanum. Í töflu 1 hér að neðan má sjá útreikning fyrir afborgunarlánið.

ár	Fjöldi ára	Staða í upphafi	Vextir af höfuðstól	Greiðsla af höfuðstól	Eftirstöðvar höfuðstóls	Verðbætur höfuðstóls	Heildargreiðsla
1,0	15,0	100,0	5,0	-6,7	93,3	4,0	-11,7
2,0	14,0	93,3	4,7	-6,7	86,7	4,0	-11,3
3,0	13,0	86,7	4,3	-6,7	80,0	3,9	-11,0
4,0	12,0	80,0	4,0	-6,7	73,3	3,7	-10,7
5,0	11,0	73,3	3,7	-6,7	66,7	4,0	-10,3
6,0	10,0	66,7	3,3	-6,7	60,0	4,0	-10,0
7,0	9,0	60,0	3,0	-6,7	53,3	3,8	-9,7
8,0	8,0	53,3	2,7	-6,7	46,7	3,5	-9,3
9,0	7,0	46,7	2,3	-6,7	40,0	3,2	-9,0
10,0	6,0	40,0	2,0	-6,7	33,3	2,7	-8,7
11,0	5,0	33,3	1,7	-6,7	26,7	2,3	-8,3
12,0	4,0	26,7	1,3	-6,7	20,0	1,9	-8,0
13,0	3,0	20,0	1,0	-6,7	13,3	1,4	-7,7
14,0	2,0	13,3	0,7	-6,7	6,7	0,9	-7,3
15,0	1,0	6,7	0,3	-6,7	0,0	0,5	-7,0

Tafla 1. Afborgunarlán

Tafla 1 sýnir útreikning á hefðbundnu afborgunarláni með 5% vexti með jöfnum afborgunum og hundrað milljón króna höfuðstóli. Þetta lán hentar greiðendum mjög vel þar sem ljóst er hve mikið á að greiða hverju sinni. Núvirði heildargreiðslna, $V_l = 92,5$ m. kr.

Í töflu 2 hér að neðan má sjá útreikning fyrir afleiðuna sem er samofin verðtryggða láninu:

ár	Staða á afleiðu	Verðbætur afleiðu	Lokastaða afleiðu	Vextir af afleiðu	Greiðsla af afleiðu	Eftirstöðvar afleiðu	Heildargreiðsla vegna afleiðu
1,0	4,0	0,0	4,0	0,200	0,267	3,7	- 0,467
2,0	7,7000	0,2	7,86	0,393	0,561	7,3	- 0,954
3,0	11,2	0,3	11,5	0,576	0,887	10,6	- 1,463
4,0	14,3	0,5	14,8	0,740	1,234	13,6	- 1,974
5,0	17,6	0,7	18,4	0,918	1,669	16,7	- 2,586
6,0	20,7	1,0	21,7	1,084	2,169	19,5	- 3,253
7,0	23,3	1,2	24,5	1,224	2,721	21,8	- 3,945
8,0	25,2	1,4	26,6	1,332	3,331	23,3	- 4,664
9,0	26,5	1,6	28,0	1,402	4,006	24,0	- 5,408
10,0	26,8	1,6	28,4	1,421	4,737	23,7	- 6,158
11,0	26,0	1,7	27,7	1,384	5,535	22,1	- 6,919
12,0	24,0	1,6	25,6	1,280	6,402	19,2	- 7,682
13,0	20,6	1,4	22,0	1,101	7,343	14,7	- 8,444
14,0	15,6	1,0	16,7	0,834	8,337	8,3	- 9,171
15,0	8,8	0,6	9,4	0,470	9,395	0,0	- 9,865

Tafla 2. Greiðslur vegna afleiðu

Í töflu 2 má sjá greiðslur vegna afleiðu. Eins og sjá má fara heildargreiðslur vegna afleiðu stigvaxandi. $V_a = 37,2$ m. króna.

§3. Samsett afleiða og vaxtavextir⁴.

⁴ Afleiður eru skilgreindar í 1. kafla bókarinnar „An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives“ eftir Salih N. Neftci, en bókin er t.d. fánleg á Amazon Kindle.

Í §2 voru leiddar út helstu jöfnur um afleiðuna. Sérhver afleiða er samsett úr einföldum afleiðum sem stundum eru nefndar grunnafleiður svo sem framvirkum samningum og valréttum. Afleiðan í (1) og (2) er þar engin undantekning en hún er samsett úr N framvirkum samningum sem eru vísitölubundnir við I_j með flóknum hætti eins og fram kemur í formúlunum. Flækjurnar eru svo miklar sem raun ber vitni vegna þess að verðbótakostnaður er ekki staðgreiddur á gjalddaga heldur er honum dreift í jöfnum mæli á alla þá gjalddaga sem eftir eru. Þetta hefur það í för með sér að á líftíma afleiðunnar er sífellt verið að verðbæta verðbætur fyrra ára.

Með því að nota setninguna um högnun⁵ er unnt að reikna V_a beint út úr formúlum (1) og (2) og með því að setja r_j í stað i_j . Þetta er mikilvæg niðurstaða þar sem hún sýnir að verðbætur eru ekkert annað en vextir og verðbættar verðbætur eru vaxtavextir.

Með því að nota sér þessa niðurstöðu er unnt að reikna V_a og V_l með núvirðingu sbr. (3) og (4). Verðmæti afleiðunnar í dæminu hér að ofan er 37,2 m.kr. Verðmæti lánsins er 92,5 m.kr.

Athugasemd: Ekki er óeðlilegt að ætla að lánastofnun þurfi 103 m. króna í núvirtar greiðslur er hún lánar 100 m. króna til þess að mæta útlánatöpum og hagnaðarþörf. Mismunurinn, 3% er oft nefndur vaxtamunur. Skv. útreikningi okkar er núvirði fjárstraumsins sem kemur af óverðtryggða lánu 92,5 m. króna miðað við óverðtryggða vaxtarófið. Eins og fram kom hér að ofan er verðmæti afleiðunnar 37,3 m. króna. Skv. þessu er verðmæti fjármálagerninganna tveggja 129,7 m. króna. Viðbótarhagnaður lánastofnunar vegna afleiðunnar er því um 26,7 m. króna. Ólíklegt verður að telja að almennur fjárfestir geri sér grein fyrir þessu er hann tekur verðtryggt lán.

§4. Niðurstaða

T-afleiðan er flókin og varhugaverður fjármálagerningur. Í samræmi við lög um verðbréfavíðskipti (108/2007, 2. gr.) og reglugerð (995/2007, 35. gr.) er líklegt að fjármálafyrirtækjum sé óheimilt að skuldbinda almenna fjárfesta eða lántakendur með honum þar sem ósennilegt er að hann uppfylli skilyrðið um að vera tilhlýðanlegur (e. „suitable“) fjármálagerningur fyrir slíka aðila.

Jafnframt getur orkað tvímælis að skuldbinda fagfjárfesta með afleiðunni og er nauðsynlegt fyrir fjármálafyrirtæki að fara varlega sbr. sektir sem fjármálafyrirtæki í Bretlandi hafa verið að greiða að undanfögnu vegna afleiða sem ekki hafa uppfyllt skilyrðið um tilhlýðanleika (sjá t.d. grein í Financial Times 29. júní sl. „Banks to repay SMEs for missold swaps“).

Einu gildir hvort afleiðan er samofin lánasamningi eða ekki og má raunar færa fyrir því rök að í fyrra tilvikinu sé enn síður heimilt að skuldbinda lántakandann þar sem örðugra er fyrir hann að skilja eðli hennar við þær aðstæður.

⁵ Sjá t.d. kafla 2 í sömu bók. Auðvelt er að sýna fram á að í við útreikning á verðmæti afleiðunnar gildir að ef $r_j = i_j$ þar sem öll önnur tilvik leiða til högnunar.